

Segunda Lista de Exercícios de Física Matemática I

(Séries de Fourier)

IFUSP - Março de 2016

Exercício 1 Seja $f(x) = |\sin x|$ a função periódica definida em $\mathbb{R}$. **(i)** Qual é o período fundamental T de f ? **(ii)** Calcule os coeficientes c_n , $n \in \mathbb{Z}$, da série de Fourier $Sf(x)$ de f complexa. **(iii)** Escreva $Sf(x)$ em termos das funções trigonométricas e coeficientes reais. **(iv)** f é uma função côncava em $(0, T)$? Os coeficientes obtidos no item **(iii)** são compatíveis com este fato?

Exercício 2 **(i)** Calcule a série de Fourier $Sf(x)$ de período fundamental $T = 2\pi$ que representa a função

$$f(x) = \cos \alpha x, \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad (1)$$

no intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$. **(ii)** A série $Sf(x)$ define uma função contínua em $\mathbb{R}$? **(iii)** Mostre tomando $x = \pi$ na igualdade $f(x) = Sf(x)$ que

$$\cot \alpha \pi = \frac{1}{\pi \alpha} - \frac{2\alpha}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \alpha^2}, \quad (2)$$

para todo α não inteiro. **(iii)** Deduza a partir de (2) a relação

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}.$$