

EletroMagnetismo I - 4302303- Prova 3

28 de Novembro de 2025

- **AVISOS:** NÃO é permitido usar celular,
- **JUSTIFIQUE TODAS** as suas respostas. Respostas sem justificativas NÃO serão consideradas.

Integrais:

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}} = \ln[2(x + \sqrt{x^2 + a^2})]$$

$$\int_0^{\sqrt{a^2 - b^2}} \frac{dx}{\sqrt{b^2 + x^2}} = \ln\left(\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b}\right)$$

Formulário

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Coordenadas Cartesianas

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \hat{z}$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \hat{x} + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

Esféricas

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \hat{\phi}$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta V_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \vec{V} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial(\sin \theta V_\phi)}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{r} + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r V_\phi)}{\partial r} \right] \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r V_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi}$$

Cilíndricas

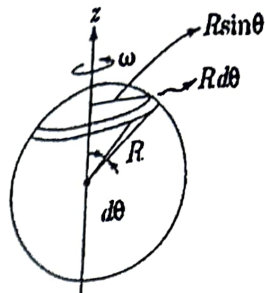
$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \hat{z}$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho V_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \vec{V} = \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} - \frac{\partial V_\phi}{\partial z} \right] \hat{\rho} + \left[\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial \rho} \right] \hat{\phi} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(r V_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial V_\rho}{\partial \phi} \right] \hat{z}$$

Questões

1. (2.5) Considere uma casca esférica de raio R com densidade superficial de cargas σ e girando com velocidade angular $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$.



- (a) Determine a corrente no anel sobre a casca esférica, conforme representado na figura ao lado.

- (b) Determine o momento de dipolo magnético da casca esférica em rotação.

- (c) Determine o potencial vetor, devido à casca esférica em rotação, num ponto P a uma distância $r > R$ fora da esfera e com ângulo θ entre $\hat{z}$ e $\hat{r}$.

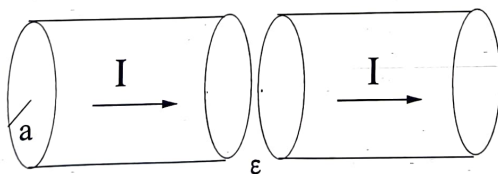
2. (2.5) Um cilindro infinito de raio a é atravessado por uma corrente uniforme I e tem seu eixo sobre z . O cilindro é composto de um material linear de suscetibilidade magnética χ_m .

- (a) Calcule o campo magnético a uma distância r do eixo do cilindro.

- (b) Calcule as correntes de magnetização induzidas.

- (c) Determine a corrente presa (ou “bound”) total fluindo pelo circuito.

3. **(2.5)** Um cilindro de raio a carrega uma corrente I uniformemente distribuída. Uma fenda estreita de tamanho $\epsilon \ll a$ é aberta no meio do cilindro formando um capacitor de placas paralelas. Considere o capacitor sendo carregado, onde inicialmente, no instante $t = 0$, ele está completamente descarregado. Determine os pontos listados abaixo **sempre em função das variáveis dadas e das constantes usuais**.



- (a) Determine o campo elétrico e campo magnético na fenda para distâncias do eixo $r < a$ em função da distância r e do tempo t e, também, o vetor corrente de deslocamento.

- (b) Determine a densidade de energia eletromagnética e o vetor de Poynting na fenda.

4. 2.5 Uma onda eletromagnética monocromática plana se propaga no vácuo, sendo o módulo de seu campo magnético dado por $B_0 \cos(kx - \omega t + \delta)$ e o sentido de sua polarização dado por $+\hat{z}$.

(a) Determine a direção e sentido do vetor de propagação desta onda. **Justifique detalhadamente sua resposta**, levando em consideração que a fase da onda é dada por $(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta)$.

(b) Determine o **vetor** campo magnético e o **vetor** campo elétrico associados a esta onda.

(c) Determine sua taxa de energia eletromagnética por unidade de área.