

Mec_1Sem2016 - Lista de Exercícios #2 - Dicas e soluções

1 Revisitando o plano inclinado

(b) $\alpha t = \pi/2$, o bloco percorre uma distância L para um tempo t' tal que $r(t') = 0$ (use a expressão para $r(t)$). (c) O plano demora $t = \pi/(2\alpha)$ para chegar na vertical logo, devemos ter $r(t = \pi/2\alpha) > 0$. Desenvolva a expressão para encontrar α^2 . De fato:

$$\alpha^2 > \frac{g}{2L} \tanh(\pi/2)$$

discussão: A resposta é razoável? Exemplo, você espera que quanto maior g , maior deve ser α ? Etc. (d) Debata o problema com colegas.

2 Equação da trocoide

Veja com atenção suas anotações sobre a aula ou o exercício resolvido em detalhes no livro de Marion seção 2.10.

3 Partícula carregada num campo elétrico

(a) Você terá a equação de oscilador harmônico simples para a componente z e um movimento uniforme para a componente y , portanto: $\vec{r}(t) = v_{0y}t\hat{j} + v_{0z}\sin\omega t\hat{k}$ ($\omega = qE_0/m$); (b) Converse com seus colegas. (c) adicione uma força $-bz - b\dot{y}$ ao problema. Note que você terá arraste nas duas direções! (d) Converse com seus colegas.

4 Bloco em um plano inclinado

Siga com atenção o guia que está exposto no próprio exercício.

5 Forças conservativas e não conservativas

(a) Use uma parametrização para fazer a integral de linha $\vec{r}(t) = R\cos t\hat{i} + R\sin t\hat{j}$, para t entre 0 e 2π . (d) use que $d\vec{s} = R d\phi\hat{\phi}$ para ϕ de 0 a 2π . (e) Note que o domínio da função não é simplesmente conexo.

6 Momento angular de uma partícula

(b) $l_z(t)$ pode ser deduzido a partir da equação para a componente a_ϕ . $l_z(t) = l_0 \exp[(-\lambda/m)t]$

7 Forças centrais e equação do movimento

(a) use a equação para a_ϕ para mostrar que l_z é constante e, em seguida, substitua na equação para a_r :

$$-\frac{l_z^2}{2mr^2} + m\ddot{r} = f(r)$$

(b) Você irá deduzir que $E = (m/2)\dot{r}^2 + l_z^2/(2mr^2) + U(r)$; (c)-(d) Note para $r = r_0$, temos $\dot{\phi} = l_z/mr_0^2$, como l_z é constante, temos que $\dot{\phi} = \dot{\phi}_0$ também constante. Para o presente caso $\dot{\phi}_0^2 = k/m$.

8 Sistema de dois corpos

Considerando 1 para o hidrogênio e 2 para o cloro:

(a) Medindo a partir do CM, temos:

$$E = \mu/2\dot{x}^2 + U(x)$$

(b) Compute a derivada $dU(x)/dx_1$ e $dU(x)/dx_2$ e mostre a igualdade. Para analisar a aceleração você precisa dividir pela massa. Note que a massa de H^+ é 35 vezes menor que a do Cl^- . (c) Note que:

$$\begin{aligned}\omega_0^2 &= \frac{1}{\mu} \frac{d^2U(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_0} \\ &= \frac{1}{\mu} 36aU_0/x_{eq}^8\end{aligned}$$

onde $x_{eq}^6 = 2b/a$.

(d) Note que: $E = m_1\dot{x}_1^2/2 + m_2\dot{x}_2^2/2 + eE_0x_1 - eE_0x_2 + U(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$ para o sistema, avalie $\dot{E}$ e mostre que se conserva. A energia para cada partícula também se conserva. Note que $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$, analise a derivada $d\vec{P}/dt$ e note que o momento também se conserva!

9 Atração gravitacional

(a) $E = (\mu/2)\dot{r}^2 + L_z^2/2\mu r^2 - Gm_1m_2/r$, $V_{eff}(r) = L_z^2/2\mu r^2 - Gm_1m_2/r$; use $k = Gm_1m_2$ para simplificar a notação. (b) Use $dV_{eff}/dr = 0$ se $r = a$, resolva para L_z . O resultado é $L_z^2 = \mu ka$ (c) Lembre que nos extremos $\dot{r} = 0$ e resolva a equação de segundo grau para encontrar $1/r_{max}$ e $1/r_{min}$, você tem que resolver $E = L_z^2/2\mu r^2 - k/r$ e mostrar que apenas para $E < 0$ que você tem duas raízes reais. (d) Não deixe de fazer este item.

10 Foguete e força constante

(a) Para a direção $\hat{i}$, de maneira que $\vec{u}dm/dt$ está na direção $-\hat{i}$. (b) $v_x(t) - v(0) = (1/\alpha)(-u_e\alpha + F_0)\ln(M/M - \alpha t)$. (c) queremos $v_x(t') = 0$ na expressão do item b. Precisamos $-u_e\alpha + F_0 = 0$ para permanecer em repouso. (d) $v_x(t) = (-u_e\alpha + F_0)t/M + v_{0x}$, nessa aproximação a aceleração é constante! $u_e = (F_0 + v_{0x}^2/2L_0)/\alpha$