



Nome: _____

Número USP: _____

26/06/2025

A duração da prova é de **1h40**.

O tempo mínimo de prova é de 45 minutos.

Celulares desligados durante a realização da prova.

Desenhos podem ser feitos neste caderno de perguntas.

Destaque suas respostas circulando e/ou preenchendo à caneta.

Formulário:

$$P = Vi \quad V = Ri \quad Q = CV \quad E_C = \frac{Q^2}{2C} \quad E_L = \frac{Li^2}{2}$$

$$X_L = j\omega L \quad X_C = \frac{-j}{\omega C} \quad \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \omega = 2\pi f \quad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad \frac{\vec{c}}{c^2} \times \vec{E}_0 = \vec{B}_0 \quad \bar{u} = 2\bar{u}_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cong 3 \times 10^8 \text{ m/s} \quad \bar{u} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 \quad \bar{u} = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 \quad T = \frac{|\vec{E}_{||}|^2}{|\vec{E}|^2} = \cos^2 \theta$$

- 1) Uma onda plana senoidal propaga-se no sentido positivo de x e possui polarização linear no eixo z . O comprimento de onda é 50 m e o campo elétrico vibra no plano xz com uma amplitude de 22 V/m . No instante $t = 0$ e $x = 0$, o campo elétrico possui intensidade -22 V/m .
 - a) Determine a frequência angular ω e o número de onda k .
 - b) Escreva o vetor campo elétrico $\vec{E}$ na forma $\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \hat{u}$, substituindo adequadamente os valores de E_0 , k , ω , $\hat{u}$ e φ .
 - c) Determine o módulo, a direção e o sentido de $\vec{B}$ quando o campo elétrico tem o seu valor máximo.
 - d) Escreva a expressão para o vetor $\vec{B}$ na forma $\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \hat{u}$, substituindo adequadamente os valores de B_0 , k , ω , $\hat{u}$ e φ .
- 2) Considerando que uma lâmpada incandescente de 100W e 127V tem um filamento de 5 cm de comprimento e 1 mm de raio, determine:
 - a) A resistência nominal do filamento da lâmpada.
 - b) O módulo do vetor de Poynting na superfície do filamento (considere em seus cálculos apenas a superfície da casca do cilindro).
 - c) O módulo do campo elétrico na superfície do filamento (considere em seus cálculos apenas a superfície da casca do cilindro).
 - d) O módulo do campo magnético na superfície do filamento (considere em seus cálculos apenas a superfície da casca do cilindro).

3) É possível a existência de uma onda eletromagnética plana se propagando no vácuo com campos elétrico e magnético dados por $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t + \varphi) \hat{z}$ e $\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \hat{z}$? Justifique sua resposta.

4) Duas ondas cujos campos elétricos são $\vec{E}_1 = E_0 \cos(ky + \omega t) \hat{k}$ e $\vec{E}_2 = E_0 \sin(ky + \omega t) \hat{i}$ se propagam no vácuo. Determine:

- a) A direção e o sentido de propagação das duas ondas.
- b) A polarização da onda 1.
- c) A polarização da onda 2.
- d) O módulo do vetor campo elétrico resultante da superposição dessas duas ondas
- e) A polarização da onda resultante.

Um filtro polarizador cujo eixo de polarização está alinhado com o eixo x é posicionado no caminho da onda resultante.

- f) Determine o vetor campo elétrico que emerge do filtro.
- g) Utilize a lei de Malus para determinar qual a fração da energia da onda que atravessa o polarizador.

- 1) Uma onda plana senoidal propaga-se no sentido positivo de x e possui polarização linear no eixo z . O comprimento de onda é 50 m e o campo elétrico vibra no plano xy com uma amplitude de 22 V/m . No instante $t = 0$ e $x = 0$, o campo elétrico possui intensidade -22 V/m .
- Determine a frequência angular ω e o número de onda k .
 - Escreva o vetor campo elétrico $\vec{E}$ na forma $\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \hat{u}$, substituindo adequadamente os valores de E_0 , k , ω , $\hat{u}$ e φ .
 - Determine o módulo e a direção de $\vec{B}$ quando o campo elétrico tem o seu valor máximo.
 - Escreva a expressão para o vetor $\vec{B}$ na forma $\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \hat{u}$, substituindo adequadamente os valores de B_0 , k , ω , $\hat{u}$ e φ .

a)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{50} \text{ m}^{-1} = 0,04\pi \text{ m}^{-1}$$

0,5 pontos

$$c = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi} \quad \omega = 3 \times 10^8 \frac{2\pi}{50} = \frac{6\pi}{50} 10^8 = 1,2\pi 10^7 \text{ rad/s}$$

b)

$$E(x = 0, t = 0) = 22 \cos(\varphi) = -22 \rightarrow \varphi = 180^\circ = \pi$$

$$\vec{E} = 22 \cos\left(\frac{2\pi}{50}x - \frac{6\pi}{50}10^8t + \pi\right) \hat{k}$$

1,0 ponto (0,2
para cada item)

c)

$$\frac{c\hat{i}}{c^2} \times E\hat{k} = \vec{B} = -\frac{22}{3 \times 10^8} \hat{j} = -7,33 \times 10^{-8} \hat{j} \text{ T}$$

0,5 pontos

d)

$$\vec{B} = -\frac{22}{3 \times 10^8} \cos\left(\frac{2\pi}{50}x - \frac{6\pi}{50}10^8t + \pi\right) \hat{j}$$

1,0 ponto (0,2
para cada item)

2) Considerando que uma lâmpada incandescente de 100W e 127V tem um filamento de 5 cm de comprimento e 1 mm de raio, determine:

- a) A resistência nominal do filamento da lâmpada.
- b) O módulo do vetor de Poynting na superfície do filamento (considere em seus cálculos apenas a superfície da casca do cilindro).
- c) O módulo do campo elétrico na superfície do filamento (considere em seus cálculos apenas a superfície da casca do cilindro).
- d) O módulo do campo magnético na superfície do filamento (considere em seus cálculos apenas a superfície da casca do cilindro).

a)
$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{127^2}{100} = 161,29 \, \Omega$$

0,5 pontos

b)
$$S = \frac{P}{A} = \frac{100}{2\pi(1m)(50m)} = 3,18 \times 10^5 \, W/m^2$$

0,5 pontos

c)
$$E = \frac{V}{l} = \frac{127}{50m} = 2,54 \times 10^3 \, V/m$$

0,5 pontos

d)
$$S = \frac{EB}{\mu_0} \rightarrow B = \frac{\mu_0 S}{E} = 125,2\mu_0$$

0,5 pontos

Ou, utilizando a lei de Ampère:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \text{ onde } I = \frac{P}{V}$$

$$\text{Note que } B = \frac{\mu_0 S}{E} = \frac{\mu_0 \left(\frac{P}{A}\right)}{\left(\frac{V}{l}\right)} = \frac{\mu_0 \left(\frac{P}{2\pi r l}\right)}{\left(\frac{V}{l}\right)} = \mu_0 \left(\frac{P}{V}\right) \left(\frac{l}{2\pi r l}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Ou seja, podemos obter a lei de Ampère a partir do vetor de Poynting.

- 3) É possível a existência de uma onda eletromagnética plana se propagando no vácuo com campos elétrico e magnético dados por $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t + \varphi) \hat{z}$ e $\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \hat{z}$? Justifique sua resposta.

Não é possível porque neste caso o vetor campo elétrico está com polarização no eixo z e a propagação também está no eixo z . A onda EM se propagando no vácuo é uma onda transversal, isso implica que o vetor campo elétrico não pode ter componente na direção de propagação.

Adicionalmente, em uma onda EM, o campo magnético é simultaneamente ortogonal ao campo elétrico e à direção de propagação. Com isso, o campo magnético e o elétrico de uma mesma onda não podem estar oscilando no mesmo eixo $\hat{z}$ como o enunciado propõe.

Por fim, pode-se observar nessas equações que o campo elétrico se propaga no eixo z (produto kz no argumento do cosseno) e o campo magnético se propaga no eixo x (produto kx no argumento do cosseno).

1 ponto

4) Duas ondas cujos campos elétricos são $\vec{E}_1 = E_0 \cos(ky + \omega t) \hat{k}$ e $\vec{E}_2 = E_0 \sin(ky + \omega t) \hat{i}$ se propagam no vácuo. Determine:

- A direção e o sentido de propagação das duas ondas.
- A polarização da onda 1.
- A polarização da onda 2.
- O módulo do vetor campo elétrico resultante da superposição dessas duas ondas
- A polarização da onda resultante.

Um filtro polarizador cujo eixo de polarização está alinhado com o eixo x é posicionado no caminho da onda resultante.

- Determine o vetor campo elétrico que emerge do filtro.
- Utilize a lei de Malus para determinar qual a fração da energia da onda que atravessa o polarizador.

0,5 pontos

a) As duas ondas se propagam no eixo negativo de y.

b) Onda linearmente polarizada no eixo z

0,5 pontos

c) Onda linearmente polarizada no eixo x

0,5 pontos

d) $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$\vec{E} = E_0 \cos(ky + \omega t) \hat{k} + E_0 \sin(ky + \omega t) \hat{i}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_0^2 \cos^2(ky + \omega t) + E_0^2 \sin^2(ky + \omega t)}$$

$$|\vec{E}| = E_0 \sqrt{\cos^2(ky + \omega t) + \sin^2(ky + \omega t)}$$

$$|\vec{E}| = E_0$$

0,5 pontos

e) Polarização circular esquerda. 0,5 pontos

f) Como o filtro está alinhado ao eixo x, apenas polarizações lineares oscilando no eixo x podem ser medidas após o filtro. Isso implica que apenas o campo $\vec{E}_2$ irá atravessar o filtro: $\vec{E}_F = E_0 \sin(ky + \omega t) \hat{i}$

1,0 ponto

g)

$$T = \frac{|\vec{E}_{||}|^2}{|\vec{E}|^2} = \frac{\overline{E_0^2 \sin^2(ky + \omega t)}}{\overline{E_0^2}} = 1/2$$

0,5 pontos