

Mec_1Sem2019 - Lista de Exercícios #4

Lista a ser avaliada por um teste no dia 09.04.

- Séries de Fourier e funções de Green
- Referenciais não inerciais I
- Referenciais não inerciais II

1 Função quadrada periódica

Uma partícula de massa m é acoplada a um oscilador levemente amortecido de maneira que $\beta = \omega_0/100$. No tempo $t = 0$, o oscilador é excitado por um gerador de pulsos cuja função tem a seguinte expressão:

$$F(t) = +1(F_0) \quad \text{para} \quad 0 < \omega t < \pi, \quad 2\pi < \omega t < 3\pi, \quad \text{etc}$$

$$F(t) = -1(F_0) \quad \text{para} \quad \pi < \omega t < 2\pi, \quad 3\pi < \omega t < 4\pi, \quad \text{etc}$$

- (a) Faça um esboço dessa função.
(b) Mostre que a série de Fourier para esta função é dada por:

$$F(t) = \frac{4}{\pi}(F_0)[\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots]$$

(c) Encontre a solução de estado estacionário de um oscilador sujeito a esta força incluindo os três primeiros harmônicos não nulos (primeiro, terceiro e quinto harmônicos). Escreva a expressão para as amplitudes relativas A_3/A_1 e A_5/A_1 para o caso no qual a frequência de excitação do terceiro harmônico é igual a frequência natural (ω_0) de vibração do oscilador ($3\omega = \omega_0$). (dica: apenas indique as respostas e lembre-se que $\beta \ll \omega_0$)

2 Função de Green I

Resolva o problema 1 da lista 3 pelo método da função de Green.

3 Função de Green II

Use o método da função de Green para obter o transiente de um oscilador amortecido sob ação de uma força do tipo:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ F_0 \exp(-\gamma t) \sin \omega t & t > 0 \end{cases}$$

As condições iniciais do oscilador são $x_0 = 0$ e $v_0 = 0$.

4 Ascensão vertical de um projétil

Uma partícula é projetada verticalmente para cima e atinge uma altura h acima de um ponto na superfície da Terra, em uma latitude λ no hemisfério norte. Demonstre que ao retornar ao solo, a partícula terá sofrido um desvio dado por:

$$\Delta x = \frac{4}{3} \omega \cos \lambda \sqrt{8h^3/g}$$

para a direção oeste (despreze a resistência do ar e considere alturas pequenas. Esta é uma correção de primeira ordem).

5 Projétil livre na Terra

Considere um projétil disparado para a direção leste a partir de um ponto na superfície da Terra em uma latitude λ no hemisfério norte. O projétil tem velocidade inicial V_0 (módulo) e o ângulo de inclinação em relação à horizontal é α . Demonstre que o projétil irá sofrer uma deflexão lateral ao atingir o solo que se escreve:

$$d = \frac{4V_0^3}{g^2} \omega \sin \lambda \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

onde ω é a frequência de rotação da Terra.