

Mec1_1Sem2019 - Lista de Exercícios #7 nova_dicas&soluções

Esta lista é um adendo à lista 6. Esta lista E os problemas da lista 6 serão objeto de avaliação do teste VII dia 13/06.

- Forças centrais
- Lagrangiana de um partícula carregada no campo EM

1 Termo logarítimo

(a) Apenas mostre que $l_z^2 > 0$ dado um r_0 . (b) Proceda com a análise padrão de estabilidade (aplique seu método predileto). (c) Apenas lembre-se que $l_z^2 = m^2 r_0^4 \dot{\phi}_0^2 = m^2 r_0^2 v_\phi^2$ e resolva para v_ϕ .

2 Campo magnético uniforme

(a) Apenas verifique que $\nabla \times \mathbf{A}$ é igual a $B_0 \hat{k}$; notamos que não há campo elétrico, logo $V = 0$. Com base na expressão para $\mathcal{L}$, podemos escrever:

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2} \dot{x}^2 + \frac{m}{2} \dot{y}^2 + q\mathbf{v} \cdot \mathbf{A} = \frac{m}{2} \dot{x}^2 + \frac{m}{2} \dot{y}^2 + \frac{m}{2} \dot{z}^2 + q(-\dot{x}B_0y + \dot{y}B_0x)$$

(b) Podemos usar as transformações canônicas ou a fórmula deduzida em aula:

$$h = (m\dot{x} - qB_0y)\dot{x} + (m\dot{y} + qB_0x)\dot{y} - \mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2$$

notemos que $h = E$, uma vez que $E = T$. Ambos são conservados. A situação é mais interessante analisando a Hamiltoniana.

(c) Este é um caso para o qual usar equações canônicas torna o problema mais fácil. No mais, a diferença entre o movimento no plano e a hélice é dada apenas pela condição inicial para v_{oz} .

3 Partícula no campo eletromagnético

(a) Precisamos apenas integrar o campo elétrico, usaremos a o resultado $V(r) = -a \ln r + V_0$, de maneira que $U(r) = U(r) = qa \ln(1/r) + V_0$. (b) Abaixo, escrevo o resultado para a hamiltoniana para ajudar quem quiser, por ventura, arriscar-se com as equações canônicas. A diferença para h é que esta não precisa ser apresentadas apenas em termos dos momentos e coordenadas.

$$\mathcal{H} = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{(p_\phi - q\frac{1}{2}Br^2)^2}{2mr^2} + \frac{p_z^2}{2m} - qa \ln r$$

(c) p_ϕ e p_z são constantes.

(d) As equações do movimento são:

$$m\ddot{r} = -\frac{d}{dr} \left[\frac{(p_\phi - q\frac{1}{2}Br^2)^2}{2mr^2} + \frac{p_z^2}{2m} - qa \ln r \right]$$

Lembre-se que p_z é constante. Movimento circular é possível e a órbita é estável.