

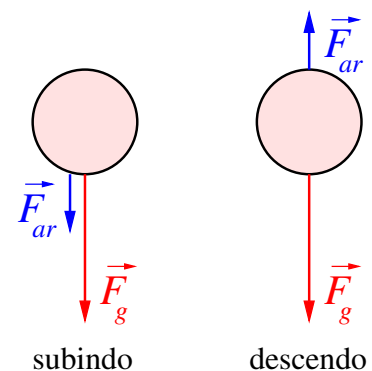
Instituto de Física
Universidade de São Paulo
GABARITO - Prova 1

4302111 - Física I

23/abr/2025

Questão 1 (5 pontos) Você dá uma pancada muito forte numa bola de voleibol, e esta inicia uma trajetória vertical com velocidade inicial de módulo v_0 . Leve em conta a força de resistência do ar. O que é possível afirmar com certeza sobre o tempo de subida t_s e o tempo de descida t_d da bola de voleibol?

Resolução: É intuitivo e fácil de demonstrar que, quando não há resistência do ar, o tempo de subida é igual ao tempo de descida. Ao lado temos o diagrama de corpo livre da bola de voleibol em um instante qualquer da trajetória da bola enquanto sobe (DCL à esquerda) e enquanto desce (DCL à direita). É fácil notar que, em módulo, a força resultante enquanto a bola sobe é maior do que enquanto ela desce. Podemos afirmar, intuitivamente, que uma maior (des)aceleração, enquanto a bola sobe, a faz atingir a máxima altura (quando a velocidade é nula) em um tempo menor do que quando ela desce, por ter uma menor aceleração, voltando pelo mesmo trajeto.



Podemos quantificar isso de forma mais rigorosa. Chamemos H de altura máxima que a bola atinge, v_0 o módulo da velocidade no início do trajeto de subida, e v_f o módulo da velocidade no final do trajeto de descida.

Na subida, a aceleração em módulo é dada por $a_s = (mg + \bar{F}_{ar})/m$, sendo $\bar{F}_{ar}$ uma média da força de resistência do ar (que pode variar ao longo do trajeto). Por Torricelli, temos $0 = v_0^2 - 2a_s H \Rightarrow v_0 = \sqrt{2a_s H}$. O tempo de subida é obtido por $0 = v_0 - a_s t_s \Rightarrow t_s = v_0/a_s = \sqrt{2a_s H}/a_s = \sqrt{2H/a_s}$.

Na descida, a aceleração em módulo é dada por $a_d = (mg - \bar{F}_{ar})/m < a_s$. Por Torricelli, temos $-v_f = 0 - 2a_d H \Rightarrow v_f = \sqrt{2a_d H}$. O tempo de descida é obtido por $-v_f = 0 - a_d t_d \Rightarrow t_d = v_f/a_d = \sqrt{2a_d H}/a_d = \sqrt{2H/a_d}$.

Como $a_s > a_d$, $\sqrt{\frac{2H}{a_s}} < \sqrt{\frac{2H}{a_d}}$, e portanto, $t_s < t_d$.

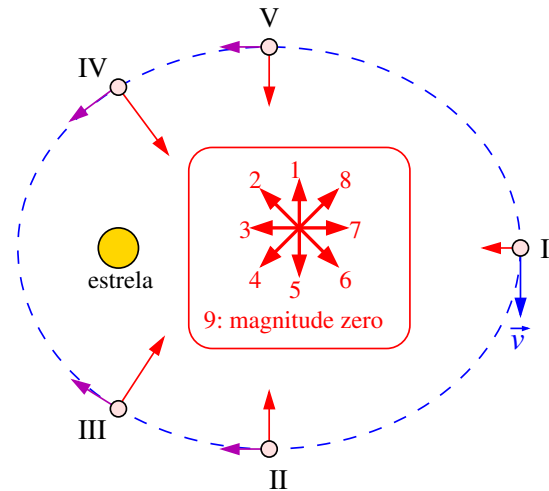
Enunciado das questões 2-3: A figura abaixo mostra a trajetória elíptica de um satélite em torno de uma estrela. A posição I indica o sentido da trajetória.

Questão 2 (5 pontos) Qual das setas melhor descreve a orientação da aceleração paralela ao movimento do satélite [no ponto II](#)?

Questão 3 (5 pontos) Qual das setas melhor descreve a orientação da aceleração perpendicular ao movimento do satélite [no ponto II](#)?

Resolução: Pela segunda lei de Newton, $\vec{F} = m\vec{a}$,

temos que o vetor aceleração aponta sempre na mesma direção do vetor força, que no caso deste problema, é a força gravitacional entre o asteroide e a estrela. A aceleração do asteroide deve, portanto, apontar para a estrela. A aceleração paralela ao movimento é a componente da aceleração que tangencia a trajetória, uma vez que esta deve estar na mesma direção da velocidade (ou seja, do movimento), enquanto que a aceleração perpendicular é ortogonal à aceleração paralela. A figura ao lado mostra como ficam os vetores aceleração paralela (em magenta) e aceleração perpendicular (em vermelho) ao movimento.



Questão 4 (5 pontos) Um ciclista de massa m está se exercitando em uma pista circular de raio R , com velocidade escalar constante v . Qual é a magnitude da força resultante atuando no ciclista?

- ☒ A $F_{\text{res}} = mv^2/R$. ☐ B $F_{\text{res}} = mv^2R$. ☐ C $F_{\text{res}} = v^2/(mR)$. ☐ D $F_{\text{res}} = mv/R$. ☐ E $F_{\text{res}} = mvR$.

Resolução: A alternativa A é a única que possui dimensão de força:

$$\left[\frac{mv^2}{R} \right] = \frac{\text{kg} \times \text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}} = \text{kg} \times \text{m}/\text{s}^2 = \text{N} \quad (\text{no SI}).$$

O significado dos colchetes acima é a dimensão da expressão contida entre eles. Veja como ficam as outras alternativas:

$$\text{B : } [mv^2R] = \text{kg} \times \text{m}^2/\text{s}^2 \times \text{m} = \text{kg} \times \text{m}^3/\text{s}^2,$$

$$\text{C : } \left[\frac{v^2}{mR} \right] = \frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{kg} \times \text{m}} = \text{m}/(\text{kg} \cdot \text{s}^2),$$

$$\text{D : } \left[\frac{mv}{R} \right] = \frac{\text{kg} \times \text{m}/\text{s}}{\text{m}} = \text{kg}/\text{s},$$

$$\text{E : } [mvR] = \text{kg} \times \text{m}/\text{s} \times \text{m} = \text{kg} \times \text{m}^2/\text{s}.$$

Questão 5 (10 pontos) Um carro esportivo de massa $m = 2 \times 10^3 \text{ kg}$ foi projetado para atingir, a partir do repouso, a velocidade escalar $v_f = 30 \text{ m/s}$ no intervalo de tempo $\Delta t = 3 \text{ s}$. Determine a magnitude da força média que atua sobre o carro neste intervalo de tempo. Despreze a resistência do ar.

Resolução: A força média que atua no carro é o produto da aceleração média do carro e de sua massa. O carro parte do repouso ($v_i = 0 \text{ m/s}$) e termina com velocidade escalar v_f , logo, $\Delta v = v_f - v_i = v_f$. Como a aceleração média é dada por $a_M = \Delta v / \Delta t$, a força média sobre o carro é

$$F_M = m v_f / \Delta t.$$

Prova	m (10^3 kg)	v_f (m/s)	Δt (s)	F_M (10^3 kg)
A	2	30	3	20
B	1	60	3	20
C	1	60	2	30
D	2	40	2	40

Questão 6 (10 pontos) Você está a passeio no centro de uma cidade turística muito plana. Você carrega em mãos o mapa da cidade, que apresenta o eixo x indo da esquerda à direita (de oeste a leste), e o eixo y indo de baixo para cima (de sul a norte) no mapa. A origem do sistema de coordenadas está na praça principal da cidade, e sua posição inicial está em $(30\hat{i} + 15\hat{j})$ m. Você localiza um restaurante interessante no mapa e se desloca em direção ao mesmo, andando 5 m no sentido $+\hat{i}$, depois 20 m no sentido $+\hat{j}$, mais 10 m no sentido $+\hat{i}$ e mais 10 m no sentido $+\hat{j}$, chegando na posição $(45\hat{i} + 45\hat{j})$ m depois de 15 s. Determine a sua velocidade média durante este trajeto.

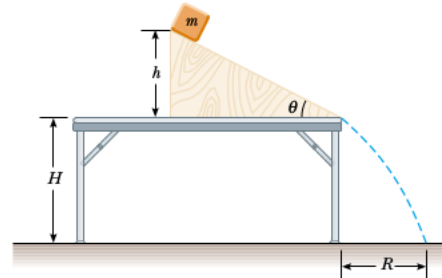
Resolução: A velocidade média é, por definição, dada por $\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$, ou seja, apenas importa a posição final $\vec{r}_f$ no tempo final t_f , e a posição inicial $\vec{r}_i$ no tempo inicial t_i . Obviamente, o deslocamento $\Delta \vec{r}$ da posição inicial até a posição do restaurante deve ser a soma vetorial de todas as etapas do deslocamento. No caso da versão A da prova, temos

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= 5\text{ m}(+\hat{i}) + 20\text{ m}(+\hat{j}) + 10\text{ m}(+\hat{i}) + 10\text{ m}(+\hat{j}) = (5\text{ m} + 10\text{ m})\hat{i} + (20\text{ m} + 10\text{ m})\hat{j} \\ &= (15\hat{i} + 30\hat{j})\text{ m} = (45\hat{i} + 45\hat{j})\text{ m} - (30\hat{i} + 15\hat{j})\text{ m}.\end{aligned}$$

$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(15\hat{i} + 30\hat{j})\text{ m}}{15\text{ s}} = \boxed{(1\hat{i} + 2\hat{j})\text{ m/s}}.$$

Prova	$\vec{r}_i$ (m)	$\vec{r}_f$ (m)	$\Delta \vec{r}$ (m)	Δt (s)	$\vec{v}_M$ (m/s)
A	$(30\hat{i} + 15\hat{j})$	$(45\hat{i} + 45\hat{j})$	$(15\hat{i} + 30\hat{j})$	15	$(1\hat{i} + 2\hat{j})$
B	$(20\hat{i} + 20\hat{j})$	$(60\hat{i} + 40\hat{j})$	$(40\hat{i} + 20\hat{j})$	20	$(2\hat{i} + 1\hat{j})$
C	$(45\hat{i} + 15\hat{j})$	$(15\hat{i} + 30\hat{j})$	$(-30\hat{i} + 15\hat{j})$	15	$(-2\hat{i} + 1\hat{j})$
D	$(40\hat{i} - 20\hat{j})$	$(20\hat{i} + 20\hat{j})$	$(-20\hat{i} + 40\hat{j})$	20	$(-1\hat{i} + 2\hat{j})$

Questão 7 (30 pontos) Um bloco de massa m é solto do repouso de uma altura h acima da superfície de uma mesa, do alto de um plano inclinado com inclinação θ , como mostrado na figura. O plano inclinado está fixo sobre a mesa de altura H . O coeficiente de atrito cinético entre o plano e o bloco é μ_c .

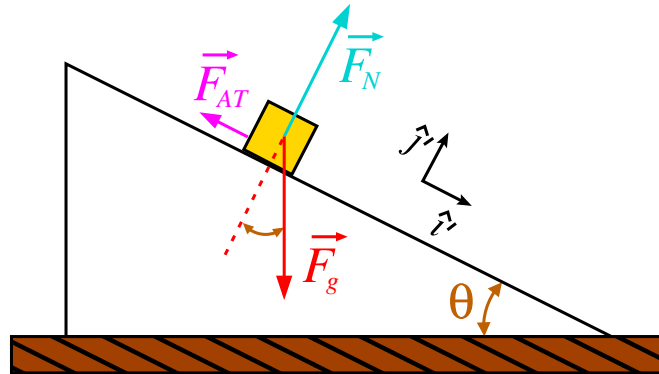


- Faça o diagrama de corpo livre para o bloco.
- Determine o módulo da aceleração do bloco enquanto ele desce escorregando pelo plano inclinado.
- Qual é o vetor velocidade do bloco no instante em que ele deixa o plano inclinado?

(d) Quanto tempo o bloco demora para atingir o solo?

Resolução:

(a)



Pela 2ª lei de Newton e pelo DCL da figura acima temos $\vec{F}_g + \vec{F}_N + \vec{F}_{AT} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m} [\vec{F}_g + \vec{F}_N + \vec{F}_{AT}]$. No referencial dos versores $\hat{i}'$ e $\hat{j}'$ temos

$$\begin{aligned} & \left(F_g \sin \theta \hat{i}' - F_g \cos \theta \hat{j}' \right) + F_N \hat{j}' + \left(-F_{AT} \hat{i}' \right) \\ &= (F_g \sin \theta - F_{AT}) \hat{i}' + (F_N - F_g \cos \theta) \hat{j}'. \end{aligned}$$

Como não há movimento na direção $\hat{j}'$, a força resultante nesta direção tem que ser zero, o que implica em $F_N = F_g \cos \theta = mg \cos \theta$.

Na direção $\hat{i}'$, temos a ação da componente da força gravitacional $F_g = mg$ e da força de atrito, que por haver deslizamento entre as superfícies, é força de atrito cinético dada por $F_{AT} = \mu F_N = \mu mg \cos \theta$, com F_N acima obtido. Dividindo pela massa m , temos a aceleração do bloco, $\vec{a} = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \hat{i}'$, e portanto, $a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$.

(b) Todo o movimento na rampa acontece ao longo da direção $\hat{i}'$, ou seja, um problema unidimensional. Nesta direção temos

$$v(t) = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{[v(t) - v_0]}{a};$$

$$\begin{aligned} s(t) &= s_0 + v_0 t + at^2/2 \quad \Rightarrow \quad s(t) - s_0 = v_0 \frac{[v(t) - v_0]}{a} + \frac{a}{2} \frac{[v(t) - v_0]^2}{a^2} \\ &= \frac{[v(t) - v_0]}{a} \left[v_0 + \frac{[v(t) - v_0]}{2} \right] = \frac{[v(t) - v_0]}{a} \left[\frac{[v(t) + v_0]}{2} \right] = \frac{v(t)^2 - v_0^2}{2a}. \end{aligned}$$

A última igualdade é mais conhecida como equação de Torricelli, $v(t)^2 = v_0^2 + 2a[s(t) - s_0]$. Aplicada neste problema, denotando $D = h/\sin \theta$ a distância percorrida na rampa,

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta s = 2g(\sin \theta - \mu \cos \theta)D \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = 2g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \frac{h}{\sin \theta}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{2g(1 - \mu \cot \theta)h}}.$$

Como $\vec{v}_f$ sai da rampa com inclinação θ para baixo da horizontal, temos

$$\vec{v}_f = \sqrt{2g(1 + \mu \cot \theta)h} [\cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j}].$$

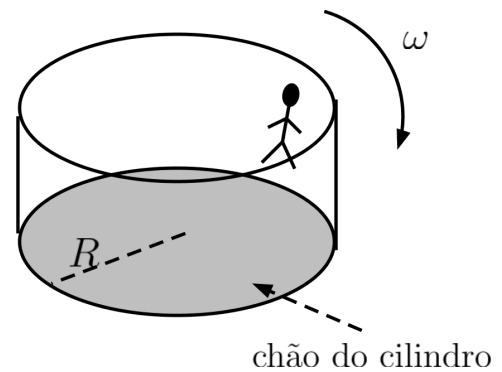
(c) Sendo R um dado do problema, podemos usar o movimento na direção x para obter o tempo que o bloco leva para atingir o solo, a partir de sua saída da rampa. Nesta direção temos

$$R = v_{fx} \Delta t = v_f \cos \theta \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{R}{v_f \cos \theta} \Rightarrow \Delta t = \frac{R}{\cos \theta \sqrt{2gh(1 - \mu_c \cot \theta)}}.$$

Outra maneira de resolver o problema é analisando o movimento na direção y , que envolve a altura H :

$$\begin{aligned} 0 &= H - v_f \sin \theta \Delta t - g \frac{\Delta t^2}{2} \Rightarrow \Delta t^2 + \frac{2v_f \sin \theta}{g} \Delta t - \frac{2H}{g} = 0 \\ \Delta t &= -\frac{v_f \sin \theta}{g} \pm \sqrt{\frac{v_f^2 \sin^2 \theta}{g^2} + \frac{2H}{g}} = -\frac{v_f \sin \theta}{g} \pm \frac{v_f \sin \theta}{g} \sqrt{1 + \frac{2Hg}{v_f^2 \sin^2 \theta}} > 0 \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{v_f \sin \theta}{g} \left[\sqrt{1 + \frac{2Hg}{v_f^2 \sin^2 \theta}} - 1 \right]. \end{aligned}$$

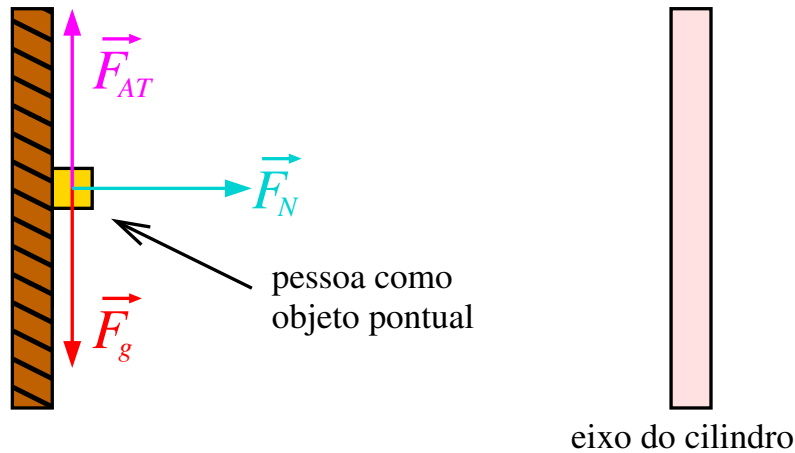
Questão 8 (30 pontos) O Rotor foi um brinquedo popular em parques de diversão dos anos 50 e 60. O brinquedo consiste em um cilindro oco que gira em torno de seu eixo. Os participantes se posicionam dentro do cilindro e quando o Rotor atinge certa velocidade os participantes rodam com a mesma velocidade angular do cilindro, ficando “colados” na parede do mesmo (ver figura). Para velocidades suficientemente altas a tampa inferior (chão do cilindro) é removida e os participantes continuam colados à parede, sem cair. Considere dados o coeficiente de atrito estático da parede do cilindro μ_s , o raio do cilindro R e a velocidade angular ω .



- Desenhe o diagrama de forças para uma pessoa “colada” na parede, sem contato com o chão do cilindro (tampa inferior do cilindro). Considere a pessoa como um objeto pontual.
- Escreva, em termos de m , ω e R , o módulo da força centrípeta que mantém uma pessoa de massa m rodando com a mesma velocidade angular (ω) do cilindro.
- Qual das forças do item (a) faz o papel da força centrípeta?
- Determine o valor mínimo de ω para que a pessoa fique colada à parede do cilindro após a remoção do chão do cilindro. Escreva a sua resposta em termos de g , R e μ_s .

Resolução:

(a)



(b) O módulo da força centrípeta é dado por

$$F_{\text{centr.}} = \frac{mv^2}{R} = \frac{m(R\omega)^2}{R} \Rightarrow \boxed{F_{\text{centr.}} = m\omega^2 R}.$$

(c) Analisando o DCL do item (a), percebemos que a força normal que a parede do cilindro exerce sobre a pessoa é quem faz o papel da força centrípeta.

(d) A força de atrito estático é responsável por impedir a pessoa de cair, portanto, deve ter a mesma intensidade da força gravitacional: $F_{AT} = F_g = mg$. O valor máximo que a força de atrito estático pode adquirir é $F_{AT, \max} = \mu_s F_N = \mu_s m\omega^2 R$. Para que esta força de atrito seja capaz de suportar o peso da pessoa, temos que ter

$$F_{AT, \max} > F_g \Rightarrow \mu_s m\omega^2 R > mg \Rightarrow \omega^2 > \frac{g}{\mu_s R} \Rightarrow \boxed{\omega > \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}}}.$$