

Instituto de Física
Universidade de São Paulo
GABARITO - Prova 1

4300208 - Introdução à Termodinâmica

31/ago/2026

Questão 1 (10 pontos) Uma barra de metal A de 40 g e temperatura inicial de 30°C é colocada dentro de um recipiente termicamente isolado junto com outra barra de metal B de 20 g e temperatura inicial de 60°C . Depois de um longo tempo, as barras entram em equilíbrio térmico, com temperatura final de 40°C . O que se pode afirmar sobre a capacidade térmica C e o calor específico c de cada sólido?

Resolução:

1. De acordo com a primeira lei da termodinâmica, cujo conteúdo consiste no princípio da conservação da energia, temos

$$\Delta E_A + \Delta E_B = 0 \Rightarrow C_A(T_f - T_A) + C_B(T_f - T_B) = 0 \Rightarrow \frac{C_A}{C_B} = \frac{T_B - T_f}{T_f - T_A}.$$

Desta forma, tendo as informações sobre as temperaturas iniciais dos sólidos A (T_A), B (T_B), e a temperatura final do sistema em equilíbrio térmico (T_f), podemos afirmar qual dos sólidos possui a maior capacidade térmica.

Pela relação entre a capacidade térmica e o calor específico, temos

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{m_A c_A}{m_B c_B} = \frac{T_B - T_f}{T_f - T_A} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{m_B}{m_A} \frac{(T_B - T_f)}{(T_f - T_A)},$$

o que nos permite determinar qual dos dois metais possui maior calor específico.

Prova	m_A (g)	T_A ($^\circ\text{C}$)	m_B (g)	T_B ($^\circ\text{C}$)	T_f ($^\circ\text{C}$)	C_A/C_B	c_A/c_B	alternativa
A	40	30	20	60	40	$2 > 1$	1	$C_A > C_B$ e $c_A = c_B$
B	20	30	40	60	50	$1/2 < 1$	1	$C_A < C_B$ e $c_A = c_B$
C	20	20	40	60	40	1	$2 > 1$	$C_A = C_B$ e $c_A > c_B$
D	40	40	20	60	50	1	$1/2 < 1$	$C_A = C_B$ e $c_A < c_B$

Questão 2 (10 pontos) Um sólido de Einstein com 3 microestados acessíveis está em contato com outro sólido de Einstein com 3 osciladores e 3 quanta de energia. Nesta configuração, qual é o número de microestados do sistema composto?

Resolução:

2. O número de microestados Ω_1 do primeiro sólido de Einstein é dado. Sendo dados o número de osciladores N_2 e o número de quanta q_2 no segundo sólido de Einstein, obtemos o número de microestados Ω_2 a partir de

$$\Omega_2 = \frac{(N_2 - 1 + q_2)!}{(N_2 - 1)!q_2!}.$$

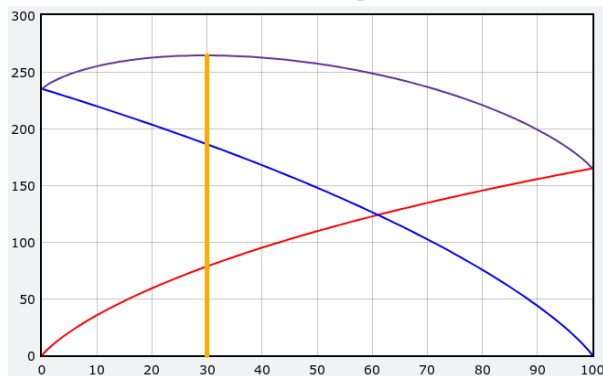
O número de microestados Ω_{1+2} do sistema composto, nesta configuração, é a multiplicação dos respectivos números de microestados dos sólidos 1 e 2,

$$\Omega_{1+2} = \Omega_1 \frac{(N_2 - 1 + q_2)!}{(N_2 - 1)!q_2!}$$

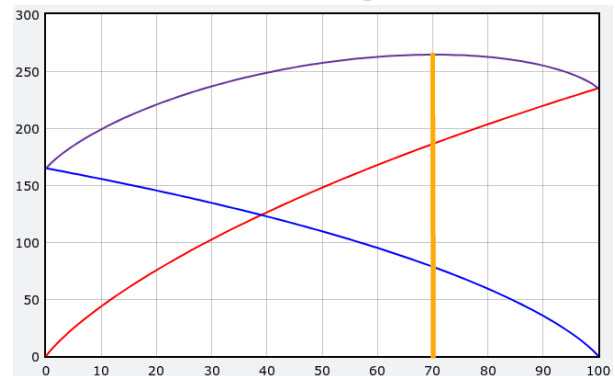
Prova	Ω_1	N_2	q_2	Ω_2	Ω_{1+2}
A	3	3	3	10	30
B	2	6	2	21	42
C	3	3	2	6	18
D	2	3	3	10	20

Enunciado das questões 3-4: Dois sólidos de Einstein formados pelo mesmo material, A e B , são constituídos de N_A e N_B osciladores, respectivamente, tal que $N_A + N_B = 500$. Um total de 100 quanta de energia é distribuído nestes dois osciladores. O logaritmo do número de microestados acessíveis no bloco A (curva vermelha), no bloco B (curva azul), e no sistema combinado $A + B$ (curva roxa), em função do número de quanta q_A no bloco A (eixo horizontal), é dado no gráfico abaixo.

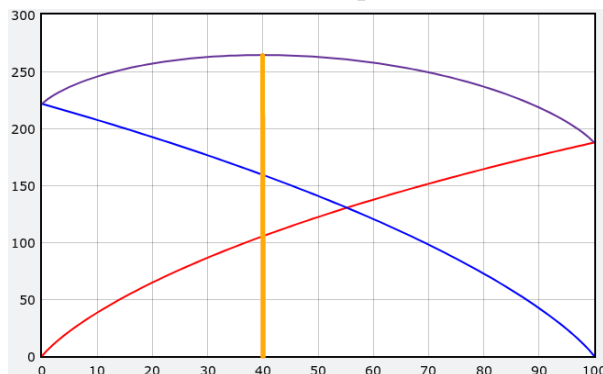
versão A da prova



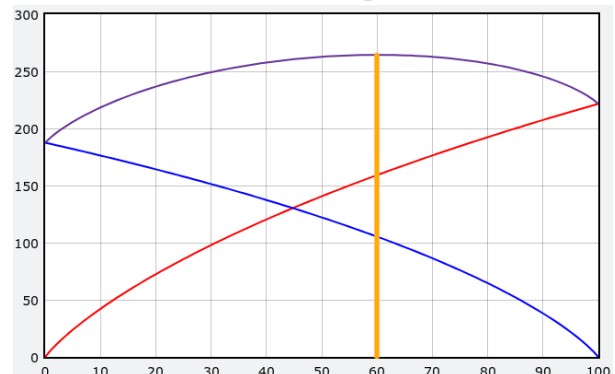
versão B da prova



versão C da prova



versão D da prova



Questão 3 (10 pontos) Qual é o valor de q_A que melhor caracteriza o equilíbrio térmico entre os dois sólidos?

Questão 4 (10 pontos) O que é correto afirmar que acontece no equilíbrio térmico?

Resolução:

3. Na mecânica estatística, o equilíbrio térmico é atingido na configuração que acessa o maior número de microestados compatível com o macroestado do sistema combinado. Como a entropia é proporcional ao logaritmo do número de microestados, o equilíbrio térmico também é caracterizado pelo valor de q_A que maximiza a entropia do sistema combinado (curva roxa). Este valor está indicado pela linha vertical laranja em cada um dos gráficos acima.

4. Abaixo seguem as afirmações apresentadas na prova, com suas devidas explicações.

- O valor de q_A é tal que minimiza a entropia do sistema combinado $A + B$.
Falso, pois este valor deve maximizar a entropia do sistema combinado $A + B$ no equilíbrio térmico.
- As entropias dos sólidos A e B se igualam.
Falso de modo geral. Não são as entropias individuais que se igualam no equilíbrio térmico, mas sim, as suas derivadas em relação a suas energias.
- Cada sólido fica, em média, com metade do número de quanta total.
Falso de modo geral. O exercício anterior é um contra-exemplo disso. No equilíbrio térmico, verifica-se que o número médio de quanta por oscilador é o mesmo entre sólidos de Einstein formado pelo mesmo material. Neste caso, se o número de osciladores em cada sólido é diferente, o número de quanta em cada um deles também será diferente.
- O sólido A atinge o máximo de entropia.
Falso, pois o máximo de sua entropia é atingido quando todos os $q_A = 100$ quanta são distribuídos neste sólido. Este não é o valor de q_A que caracteriza o equilíbrio térmico.
- As inclinações das curvas de entropia de cada sólido são iguais em módulo.
Verdadeiro. Estas inclinações correspondem ao inverso das respectivas temperaturas, que são iguais no equilíbrio térmico.

Questão 5 (30 pontos) Considere dois sólidos de Einstein formados pelo mesmo material, o primeiro contendo $N_A = 2$ osciladores (2/3 de um átomo!), e o segundo, $N_B = 3$ osciladores (um átomo). Queremos distribuir $q_{\text{tot}} = 3$ quanta de energia entre estes dois sólidos.

- (15 pontos) Faça um histograma do número de microestados do sistema combinado AB em função do número de quanta q_A no sólido A . Dica: montar uma tabela como aquela vista em sala de aula pode ajudar.
- (6 pontos) Qual é a probabilidade deste sistema ser encontrado em um único microestado compatível com o macroestado especificado no enunciado? Justifique sucintamente.

- (c) (9 pontos) Calcule a probabilidade de ocorrer qualquer microestado contendo 2 quanta no sólido A e 0 quanta no sólido B.

Resolução:

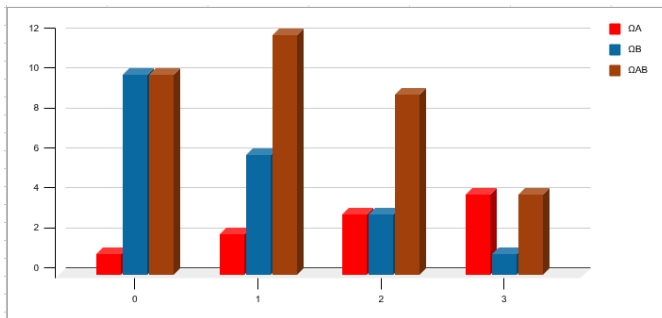
- (a) Vimos em aula que o número de microestados no sólido A, no sólido B, e no sistema combinado AB, em função do número de quanta q_A no sólido A, são dados por

$$\Omega_A = \frac{(q_A + N_A - 1)!}{q_A!(N_A - 1)!}, \quad \Omega_B = \frac{(q_B + N_B - 1)!}{q_B!(N_B - 1)!}, \quad \Omega_{AB} = \Omega_A \times \Omega_B,$$

sendo $q_A + q_B = q_{\text{tot}}$.

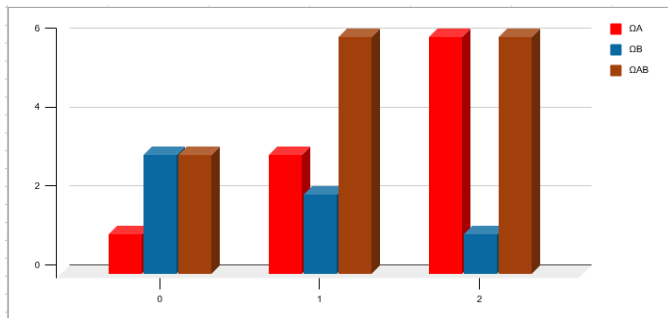
Versões A e B da prova.

NA	NB	qtot	NA + NB	
2	3	3	5	
qA	qB	ΩA	ΩB	ΩAB
0	3	1	10	10
1	2	2	6	12
2	1	3	3	9
3	0	4	1	4
Ωtot =				35



Versões C e D da prova.

NA	NB	qtot	NA + NB	
3	2	2	5	
qA	qB	ΩA	ΩB	ΩAB
0	2	1	3	3
1	1	3	2	6
2	0	6	1	6
Ωtot =				15



- (b) O macroestado especificado no enunciado é caracterizado por q_{tot} quanta de energia distribuídos entre N_A osciladores do sólido A e N_B osciladores do sólido B. Resumindo, o macroestado corresponde a q_{tot} quanta de energia distribuídos entre $N_{\text{tot}} = N_A + N_B$ osciladores. Este macroestado contém

$$\Omega_{\text{tot}} = \frac{(q_{\text{tot}} + N_{\text{tot}} - 1)!}{q_{\text{tot}}!(N_{\text{tot}} - 1)!} \quad \text{microestados.}$$

De acordo com a suposição fundamental da mecânica estatística, cada um destes microestados tem a mesma probabilidade P de ser encontrado. Portanto, $P = 1/\Omega_{\text{tot}}$.

Para as versões A e B da prova: $P = \frac{1}{35}$. Para as versões C e D da prova: $P = \frac{1}{15}$.

- (c) O número de microestados contendo 2 quanta no sólido A e q_B quanta no sólido B ($q_B = 1$ ou 0) pode ser lido diretamente na tabela acima. Este número, $\Omega_{AB}(q_A = 2)$, dividido por Ω_{tot} , fornece a probabilidade P solicitada.

Para as versões A e B da prova: $P = \frac{9}{35}$. Para as versões C e D da prova: $P = \frac{6}{15}$.

Questão 6 (30 pontos) Um modelo para um determinado sólido produziu valores para a entropia em função da energia dados na tabela abaixo.

versões A e B da prova

E (J)	S (J/K)	ΔE (J)	ΔS (J/K)	T (K)	ΔT (K)	C (J/K)
500×10^{-23}	100×10^{-23}					
600×10^{-23}		200×10^{-23}	20×10^{-23}	10		
700×10^{-23}	120×10^{-23}	200×10^{-23}			10	20×10^{-23}
800×10^{-23}		200×10^{-23}	10×10^{-23}	20		
900×10^{-23}	130×10^{-23}					

versões C e D da prova

E (J)	S (J/K)	ΔE (J)	ΔS (J/K)	T (K)	ΔT (K)	C (J/K)
500×10^{-23}	100×10^{-23}					
600×10^{-23}		200×10^{-23}	40×10^{-23}	5		
700×10^{-23}	140×10^{-23}	200×10^{-23}			5	40×10^{-23}
800×10^{-23}		200×10^{-23}	20×10^{-23}	10		
900×10^{-23}	160×10^{-23}					

- (a) (9 pontos) Na linha 1 da tabela acima, o nome da grandeza física da coluna 4 está faltando. Preencha o campo correspondente indicando qual é essa grandeza física e sua respectiva unidade (consistente com os campos já preenchidos), necessária para obter a temperatura do sólido a uma dada energia (coluna 5). Justifique sucintamente sua resposta.
- (b) (9 pontos) Na linha 1 da tabela acima, o nome da grandeza física da coluna 6 está faltando. Preencha o campo correspondente indicando qual é essa grandeza física e sua respectiva unidade (consistente com os campos já preenchidos), necessária para obter a capacidade térmica do sólido a uma dada energia (coluna 7). Justifique sucintamente sua resposta.
- (c) (12 pontos) Preencha numericamente, na tabela acima, apenas os campos necessários para obter as temperaturas do sólido nas energias 600×10^{-23} J e 800×10^{-23} J, respectivamente, e sua capacidade térmica à energia 700×10^{-23} J.

Resolução:

- (a) Na linha 1, coluna 4 da tabela, a grandeza física que falta é ΔS , a variação de entropia entre estados com duas energias distintas. Esta grandeza é necessária para o cálculo da temperatura T , dada por

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dQ},$$

e que no caso de sólidos (volume praticamente constante), com energias discretizadas, é dada por

$$\boxed{\frac{1}{T} \approx \frac{\Delta S}{\Delta E}}$$

- (b) Na linha 1, coluna 6 da tabela, a grandeza física que falta é ΔT , a variação de temperatura entre estados com duas energias distintas. Esta grandeza é necessária para o cálculo da capacidade térmica, dada por

$$C = \frac{dE}{dT},$$

e que no caso de sólidos, com energias discretizadas, é dada por

$$C \approx \frac{\Delta E}{\Delta T}$$

- (c) Os campos necessários para obter as quantidades solicitadas estão em vermelho nas respectivas tabelas acima. Note que a variação de uma grandeza, a um certo valor, é obtida a partir dos valores adjacentes em energia. Por exemplo: o valor de ΔS à energia $E = 600 \times 10^{-23} \text{ J}$ é calculado como a diferença entre a entropia S a $E = 700 \times 10^{-23} \text{ J}$ e a entropia S a $E = 500 \times 10^{-23} \text{ J}$.

FORMULÁRIO

$$0^\circ\text{C} \approx 273 \text{ K}, \quad 1 \text{ cal} \approx 4,2 \text{ J}, \quad Q = m \cdot c \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T,$$

$$S = k_B \ln \Omega, \quad \Omega = \frac{(q + N - 1)!}{q!(N - 1)!}, \quad \frac{1}{T} = \frac{dS}{dQ}, \quad C = \frac{dE}{dT}.$$

Capacidade térmica é dada em J/K. Calor específico é dado em J/kg.K.