

Fórmulas e constantes

Carga elementar: $e = 4.80 \times 10^{-10}$ statcoulomb

Constante de Boltzmann: $k = 1.38 \times 10^{-16}$ erg K $^{-1}$

Constante de Gravitação: $G = 6.67 \times 10^{-8}$ dyne cm 2 g $^{-2}$

Constante de Planck: $h = 6.63 \times 10^{-27}$ erg sec

Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W m $^{-2}$ K $^{-4}$

Constante dos gases: $R = 8.31 \times 10^7$ erg/deg-mol

Emissividade Bremsstrahlung: $\epsilon = 1.4 \times 10^{-27} T^{1/2} n_e n_i Z^2 \bar{g}_B$ erg s $^{-1}$ cm $^{-3}$

Emissividade Bremsstrahlung específica: $\epsilon_\nu = 6.8 \times 10^{-38} Z^2 n_e n_i T^{-1/2} \exp(-h\nu/kT) \bar{g}_{ff}$ erg s $^{-1}$ cm $^{-3}$ Hz $^{-1}$

Luminosidade do Sol: $L_\odot = 3.83 \times 10^{33}$ erg sec $^{-1}$

Massa do proton: $m_p = 1.67 \times 10^{-24}$ g

Massa do eletron: $m_e = 9.11 \times 10^{-28}$ g

Massa do Sol: $M_\odot = 1.99 \times 10^{33}$ g

Parsec: $pc = 3.08 \times 10^{16}$ m

Unidade astronomica: $UA = 1.49 \times 10^{13}$ cm

Velocidade da luz: $c = 3.0 \times 10^{10}$ cm s $^{-1}$

Lei de Stefan-Boltzmann: $F = \sigma T^4$

Lei de Wien: $\lambda_{\max} T = b = 0.0028978$ K m

Equações de estrutura estelar:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \epsilon(r)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{16\sigma} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L}{4\pi r^2} \quad \text{ou} \quad \frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}$$

3. (2 pt) Considere uma estrela hipotética de raio R , com densidade ρ constante, ou seja, independente do raio. A estrela é composta de um gás ideal clássico, não relativístico, de hidrogênio totalmente ionizado.

(A) Resolva as equações da estrutura estelar para o perfil de pressão, $P(r)$, com a condição de contorno $P(R) = 0$.

(B) Encontre o perfil de temperatura, $T(r)$.

(C) Suponha que a taxa de produção de energia nuclear dependa da temperatura como $\epsilon \sim T^4$.

(Esta é a dependência aproximada da taxa para a cadeia pp na temperatura no núcleo do Sol). Em que raio ϵ diminui para 0.1 de seu valor central, e qual fração do volume da estrela está incluída dentro deste raio?

Escolha e resolva apenas uma das questões a seguir: 4' ou 4''.

4'. (2 pt) Sobre os processos de emissão (i) Bremsstrahlung térmico (livre-livre), (ii) Compton Inverso e (iii) Synchrotron, construa uma tabela apontando suas semelhanças/diferenças no que diz respeito a:

(A) as partículas e campos envolvidos;

(B) a forma do espectro de emissão;

(C) a frequência máxima de emissão;

(D) exemplos de fontes ou situações astrofísicas que emitem nestes processos.

4''. (2 pt) Um plasma de Hidrogênio de uma estrela companheira acreta sobre uma anã branca de raio 8000 km e massa $0.5 M_{\odot}$. A taxa de acreção é de $10^{-9} M_{\odot}/\text{ano}$. O plasma é guiado por um dos pólos magnéticos da anã branca de modo a incidir em 1% da superfície da mesma. A energia do material que "cai" do infinito vai a zero a medida que a matéria é parada por um choque logo acima da superfície, de forma que a matéria se acomoda na superfície logo abaixo. A região fina, com 1m de profundidade, logo abaixo do choque absorve efetivamente a energia do material acretado. Esta região contém, portanto, um plasma quente, é opticamente fina e tem uma densidade de 10^{-5} g/cm^3 .

(A) Qual a densidade numérica n_i de íons na região de choque?

(B) Calcule a energia potencial perdida por segundo (erg/s) pelo material que acreta vindo do "infinito".

(C) Esta energia é convertida em energia térmica na região fina pós-choque. Qual a potência depositada por m^3 desta região?

(D) A potência irradiada nesta região é igual à potência acretada no estado estacionário. Por um momento ignore que o plasma seja opticamente fino: considerando que toda a emissão é de corpo negro, calcule a temperatura e o pico de emissão.

(E) Considere agora que toda a potência irradiada seja Bremsstrahlung com fator de gaunt $g = 1$. Calcule a temperatura T de equilíbrio do plasma e da banda de maior emissão.

Prova 1

AGA0315

24.09.2026

A prova deverá ser feita sem qualquer tipo de consulta (colega, IA, material impresso, etc). As respostas das questões envolvendo qualquer tipo de cálculo deverão demonstrar explicitamente como o resultado foi obtido. Indique explicitamente todas as unidades em todos os cálculos. Seja direto e objetivo. *Uso de calculadora ou qualquer dispositivo eletrônico está proibido: não há problemas com aproximações numéricas adequadas para cálculos à mão.* A nota máxima da prova é 10. Fórmulas e constantes estão dadas na última página.

1. (2 pt) Na Terra, o fluxo numérico de neutrinos solares da cadeia p-p é

$$f_{\text{neutrinos}} = \frac{f_{\odot}}{26.2 \text{ MeV}} = \frac{2 \times 1.4 \times 10^6 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}}{26.2 \times 1.6 \times 10^{-6} \text{ erg}} = 6.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}.$$

Outras reações nucleares no Sol complementam esse fluxo de neutrinos com um pequeno fluxo adicional de neutrinos de energia mais elevada. Um detector de neutrinos no Japão, chamado Super-Kamiokande, consiste em um tanque de 50 mil toneladas de água cercado por tubos fotomultiplicadores. Os tubos detectam o flash de radiação Cherenkov emitido por um elétron em recuo quando um neutrino de alta energia sofre espalhamento nele.

Calcule a taxa de detecção para o espalhamento de neutrinos, em eventos por dia, se uma fração de 10^{-6} dos neutrinos solares possuírem energia suficiente para serem detectados por este experimento e cada elétron apresentar uma seção de choque de espalhamento $\sigma = 10^{-43} \text{ cm}^2$.

Dica: Considere a densidade dos alvos de neutrinos “vistos” por um elétron individual, com uma velocidade relativa de c entre os neutrinos e o elétron, para obter a taxa na qual um elétron interage com os neutrinos que chegam, e multiplique pelo número total de elétrons a água total para obter a taxa em todo o detector.

2. (4 pt) Sobre as escalas de tempo importantes para a vida e morte das estrelas responda:
- (A) Descreva o que representa a escala de tempo nuclear τ_{nuc} .
 - (B) Calcule a massa de Hidrogênio disponível para fusão em toda a vida do Sol. Considere que 70% de sua composição seja H. Toda essa quantia será consumida?
 - (C) Descreva a origem física do limite Schoenberg-Chandrasekhar.
 - (D) Qual a energia nuclear total disponível considerando: massa do próton: $m_p = 1.6726216 \times 10^{-24} \text{ g}$; massa do núcleo de ${}^4\text{He}$: $m_{\alpha} = 6.6446562 \times 10^{-24} \text{ g}$.
 - (E) Seja $M_{\odot}$ a massa solar e $L_{\odot}$ a sua luminosidade. Qual é o τ_{nuc} solar? Ele coincide com o tempo de vida do Sol da Sequência Principal? Se não, a que se deve esta diferença?
 - (F) Descreva o que representa a escala de tempo de Kelvin-Helmholtz $\tau_{\text{KH}} \approx E_{\text{int}}/L$.
 - (G) O que representa a escala de tempo dinâmica τ_{dyn} ?
 - (H) Esta quantidade τ_{dyn} pode ser estimada pelo tempo que demoraria para que todo o envelope caísse no centro da estrela. Faça uma estimativa dessa grandeza, utilizando esta abordagem, para o Sol. Dica: lembre-se da fórmula da força gravitacional de Newton.
 - (I) Qual a hierarquia dessas escalas de tempo (τ_{nuc} , τ_{KH} , τ_{dyn}) para uma estrela estável?